المحاضرة السابعة

نموذج المربعات الصغرى:

يستخدم نموذج المربعات الصغرى لدراسة العلاقة بين قيمتين x و y مرتبطين خطياً وهذا يعني أنه لدينا الشكل التالي

$$y = mx + b$$

على الأقل بشكل تقريبي من أجل بعض القيم لـ m,b فلو قمنا بتجارب وحصلنا معطيات على شكل نقاط

$$(x_1, y_1), (x_2, y_2), \ldots\ldots, (x_n, y_n)$$

ورسمها

ثم هذه النقاط لا تقع على خط مستقيم لذلك نرغب أن نحدد ثوابت بحيث تتقارب الخط المستقيم مع النقاط قدر الإمكان.

وباستخدام طريقة المربعات الصغرى نستطيع أن نحدد m,b والحصول على التطابق بأفضل ما يمكن، وذلك بحل المعادلتين التاليتين بالمشاركة

$$\underline{m} \sum_{i=1}^{n} x_i + \underline{b} n = \sum_{i=1}^{n} y_i$$

$$\underline{m} \sum_{i=1}^{n} x_i^2 + \underline{b} \sum_{i=1}^{n} x_i = \sum_{i=1}^{n} x_i y_i$$

نفرض لدينا البيانات التالية:

x	y	x^2	xy
69	139	4761	9591
65	127	4225	8255
71	178	5041	12638
73	185	5329	13505
68	141	4624	9588
63	122	14884	7686
70	158	4900	11060
67	135	4489	9045
69	145	4761	10005
70	162	4900	11340

$\sum x_i$ = 685

$\sum y_i = 1492$

$\sum x_i^2 = 46999$

$\sum x_i y_i = 102713$

/ /

نعوض في المعادلات :

$m(685) + b(10) = 1492$

$m(46999) + b(685) = 102713$

من المعادلة الأولى

$m(685) = 1492 - b(10)$

$m = \frac{1492 - 10b}{685}$

نعوض في (2)

$\frac{46999 - 10b}{685} + b(685) = 102713$

$\frac{46999 - 10b + b(685)(685)}{685} = 10271$

$\frac{46999 - 10b + (469225)b}{685} = 10271$

$\frac{46999 + (469215)b}{685} = 10271$

$\Rightarrow 46222 + (469215)b = 7035635$

$b = \frac{7035635 - 46222}{469215} = 14.89$

$b = .312 \quad , \quad m = 6.679$

الحل كله تقريبي

ملاحظة :

نكتفي برقمين بعد الفاصلة فقط (بدون تقريب لجميع الإجابات).

Alamal

/ /

تمرين: البيانات الواردة الآتية تبين بيانات الضغط والحرارة. 20 علامة

P ← ضغط	الحرارة
0.1	45.84
0.22	62.16
0.34	72.02
0.75	91.02
1.5 → 1	99.8
2	1011.38
2.5	120.23
3	127.43
	133.54

والمطلوب استخدم طريقة المربعات الصغرى لتطابق البيانات على خط مستقيم واستخدمها للتنبؤ لدرجة الحرارة عندما يكون الضغط 0.95 .

النمذجة الرياضية من خلال المعادلات التفاضلية من المرتبة الأولى

نماذج النمو والاضمحلال (التلاشي).

لنتذكر أن التعبير الرياضي الذي يستخدم لوصف حالة طبيعية (فيزيائية) يدعى نموذج رياضي.

إن الكثير من المسائل التي تتضمن معدل تغير يمكن أن تندمج بمعادلات تفاضلية ويوجد مسائل عديدة تصنف في هذا الإطار.

مثل النمو السكاني. نموذج العلم والمعاد. نموذج الانحلال الإشعاعي. تناقص درجة الحرارة - انتشار الشائعة - انتشار العدوى - تغير سعر سلعة والكثير من المسائل الأخرى.

جميعها عبارات عن كميات متغيرة مع الزمن، بحيث يكون فيها معدل التغير الزمني لكمية ما متناسباً مباشرةً مع الكمية نفسها.

كميات من هذا النوع توصف بالمعادلات التفاضلية / المعادلة التفاضلية /

$$\frac{dy}{dt} = k \cdot y$$

ثابت — كمية